Módulo 9

1. d

$$||x|-1|=1 \Rightarrow |x|-1=\pm 1$$

$$1^{\circ})\ |x|-1=1 \Rightarrow |x|=2 \Rightarrow x=\pm 2$$

$$2^{\circ})\ |x|-1=-1 \Rightarrow |x|=0 \Rightarrow x=0$$

O conjunto solução é $S=\{-2,0,2\}$

2. b

$$|3x-5|=5x-1$$

$$1^{\circ})\ 3x-5=5x-1 \Rightarrow -2x=4 \Rightarrow x=-2$$

$$2^{\circ})\ 3x-5=-(5x-1) \Rightarrow 8x=6 \Rightarrow x=\frac{3}{4}$$

A solução $x=-2$ não convém. Portanto, o conjunto solução é $S=\left\{\frac{3}{4}\right\}$

3. b

$$|x+5|=|2x-11|$$

$$1^{\circ})\ x+5=2x-11 \Rightarrow -x=-16 \Rightarrow x=16$$

$$2^{\circ})\ x+5=-(2x-11) \Rightarrow 3x=6 \Rightarrow x=2$$

$$S=\{2,16\}$$

O produto dos elementos do conjunto solução vale **16.2=32**

4. c

$$|2x-4|>x$$

$$1^{\circ})\ 2x-4>x \Rightarrow x>4$$

$$2^{\circ})\ 2x-4<-x \Rightarrow 3x<4 \Rightarrow x<\frac{4}{3}$$

$$S=\left\{x \in \mathrm{IR}/x<\frac{4}{3} \text{ ou } x>4\right\}$$

5. d

$$\left|\frac{2-x}{4}\right| = x-1$$

$$1^{o})\ \frac{2-x}{4} = x-1 \Rightarrow x = \frac{6}{5}$$

$$2^{o})\ \frac{2-x}{4} = -(x-1) \Rightarrow x = \frac{2}{3}$$

Verificação da viabilidade das soluções:

$$x = \frac{6}{5} \Rightarrow \left|\frac{2-\left(\frac{6}{5}\right)}{4}\right| = \frac{6}{5} - 1 \Rightarrow \frac{1}{5} = \frac{1}{5}\,(\text{verdadeiro})$$

$$x = \frac{2}{3} \Rightarrow \left|\frac{2-\left(\frac{2}{3}\right)}{4}\right| = \frac{2}{3} - 1 \Rightarrow \frac{1}{4} = -\frac{1}{3}\,(\text{falso})$$

A solução procurada é dada por: $S = \left\{\frac{6}{5}\right\}$.

6. b

$$|x-2| \le 3 \Rightarrow -3 \le x-2 \le 3 \Rightarrow -1 \le x \le 5 \Rightarrow S_1 = \{-1,0,1,2,3,4,5\}$$

$$|3x-2| > 5 \Rightarrow \begin{cases} 3x-2 > 5 \Rightarrow 3x > 7 \Rightarrow x > \dfrac{7}{3} \\ 3x-2 < -5 \Rightarrow 3x < -3 \Rightarrow x < -1 \end{cases} \Rightarrow S_2 = \{\ldots,-2,3,4,5,6,\ldots\}$$

$$S_1 \cap S_2 = \{3,4,5\} \Rightarrow \text{Produto} = 3.4.5 = 60$$

7. d

$$\left|4 - \sqrt[4]{x^4}\right| = 4 \Rightarrow \big|4 - |x|\big| = 4$$

$$1^{o})\ 4 - |x| = 4 \Rightarrow |x| = 0 \Rightarrow x = 0$$

$$2^{o})\ 4 - |x| = -4 \Rightarrow |x| = 8 \Rightarrow x = \pm 8$$

$$S = \{-8,0,8\}$$

8. b

$$\left|1 - \frac{x-1}{2}\right| \le 4 \Rightarrow \left|\frac{2-(x-1)}{2}\right| \le 4 \Rightarrow \left|\frac{3-x}{2}\right| \le 4 \Rightarrow -4 \le \frac{3-x}{2} \le 4$$

$$-8 \le 3-x \le 8 \Rightarrow -11 \le -x \le 5 \Rightarrow -5 \le x \le 11$$

9.

$$|2x-3|>x$$
$$1^{\text{o}})\ 2x-3>x \Rightarrow x>3$$
$$2^{\text{o}})\ 2x-3<-x \Rightarrow 3x<3 \Rightarrow x<1$$
$$S=\{x \in \text{IR}/x<1 \text{ ou } x>3\}$$

10.

$$2x-7+|x+1| \geq 0 \Rightarrow |x+1| \geq -2x+7$$

Da definição, segue que:

$$|x+1|=\begin{cases} x+1, \text{ se } x+1 \geq 0 \Rightarrow x \geq -1 \\ -(x+1), \text{ se } x+1<0 \Rightarrow x<-1 \end{cases}$$

$$1^{\text{o}})\ x<-1$$
$$-(x+1) \geq -2x+7 \Rightarrow x \geq 8 \Rightarrow S_1=\varnothing$$
$$2^{\text{o}})\ x \geq -1$$
$$x+1 \geq -2x+7 \Rightarrow 3x \geq 6 \Rightarrow x \geq 2 \Rightarrow S_2=[2,\infty)$$
$$S=S_1 \cup S_2=[2,\infty)=\{x \in \text{IR}/x \geq 2\ \}$$

11.

$$|x^2+3x+2|-|6x|=0 \Rightarrow |x^2+3x+2|=|6x|$$
$$1^{\text{o}})\ x^2+3x+2=6x \Rightarrow x^2-3x+2=0 \Rightarrow S_1=\{1,2\}$$
$$2^{\text{o}})\ x^2+3x+2=-6x \Rightarrow x^2+9x+2=0 \Rightarrow S_2=\left\{\frac{-9-\sqrt{73}}{2},\frac{-9+\sqrt{73}}{2}\right\}$$

A soma de todas as raízes é igual a -6.

12.

$$|x-7|>|x+2|+|x-2|$$

Da definição, tem-se:

$$|x-7|=\begin{cases} x-7, \text{ se } x-7 \geq 0 \Rightarrow x \geq 7 \\ -(x-7), \text{ se } x-7<0 \Rightarrow x<7 \end{cases}$$

$$|x+2|=\begin{cases} x+2, \text{ se } x+2 \geq 0 \Rightarrow x \geq -2 \\ -(x+2), \text{ se } x+2<0 \Rightarrow x<-2 \end{cases}$$

$$|x-2|=\begin{cases} x-2, \text{ se } x-2 \geq 0 \Rightarrow x \geq 2 \\ -(x-2), \text{ se } x-2<0 \Rightarrow x<2 \end{cases}$$

$1^o)\ x < -2$

$-(x-7) > -(x+2) + [-(x-2)] \Rightarrow x > -7 \Rightarrow S_1 = \{-6,-5,-4,-3\}$

$2^o) -2 \le x < 2$

$-(x-7) > x+2+[-(x-2)] \Rightarrow -x > -3 \Rightarrow x < 3 \Rightarrow S_2 = \{-2,-1,0,1\}$

$3^o)\ 2 \le x < 7$

$-(x-7) > x+2+x-2 \Rightarrow -3x > -7 \Rightarrow 3x < 7 \Rightarrow x < \frac{7}{3} \Rightarrow S_3 = \{2\}$

$4^o)\ x \ge 7$

$x-7 > x+2+x-2 \Rightarrow -x > 7 \Rightarrow x < -7 \Rightarrow S_4 = \varnothing$

$S = S_1 \cup S_2 \cup S_3 \cup S_4 = \{-6,-5,-4,-3,-2,-1,0,1,2\}$

Soma dos inteiros: -18

13.

$$f(x) = g(x) \Rightarrow \sqrt{x^2 - 2x + 1} = x - 1 \Rightarrow \sqrt{(x-1)^2} = x - 1 \Rightarrow |x-1| = x - 1$$

Da definição, tem-se:

$$|x-1| = \begin{cases} x-1, \text{ se } x-1 \ge 0 \Rightarrow x \ge 1 \\ -(x-1), \text{ se } x-1 < 0 \Rightarrow x < 1 \end{cases}$$

Assim, a solução procurada é: $S = \{x \in \mathrm{IR} / \ x \ge 1\}$

14.

a) $f(x) = x^2 - \sqrt{x^2} \Rightarrow 0 = x^2 - \sqrt{x^2} \Rightarrow x^2 = \sqrt{x^2} \Rightarrow x^2 = |x|$

Da definição: $|x| = \begin{cases} x, \text{ se } x \ge 0 \\ -x, \text{ se } x < 0 \end{cases}$

$1^o)\ x < 0$

$-x = x^2 \Rightarrow x^2 + x = 0 \Rightarrow x = -1 \text{ ou } x = 0 \text{ (não convém)}$

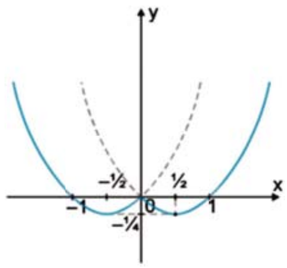
$2^o)\ x \ge 0$

$x = x^2 \Rightarrow x^2 - x = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ ou } x = 1$

$S = \{-1,0,1\}$

b) $f(x) = x^2 - \sqrt{x^2} = x^2 - |x| = \begin{cases} x^2 - x, \text{ se } x \ge 0 \\ x^2 + x, \text{ se } x < 0 \end{cases}$

A partir destes valores, tem-se o gráfico representado por:



c) $D = \mathrm{IR}\,; \mathrm{Im} = \left\{ y \in \mathrm{IR} \;/ y \geq -\frac{1}{4} \right\}$

15.

$$y = \frac{x^2 - 5x + 6}{|x-3|} = \frac{(x-2)(x-3)}{|x-3|}, x \neq 3$$

Da definição, segue que:

$$|x-3| = \begin{cases} x-3, \text{ se } x-3 \geq 0 \\ -(x-3), \text{ se } x-3 < 0 \end{cases}$$

Assim, há duas situações:

$1^{\text{o}})\ x < 3$

$$y = \frac{(x-2)(x-3)}{-(x-3)} \Rightarrow y = -x + 2$$

$2^{\text{o}})\ x > 3$

$$y = \frac{(x-2)(x-3)}{(x-3)} \Rightarrow y = x - 2$$

Assim, tem-se o gráfico de f representado por: