Módulo 05

01)

Sejam l_1, l_2 e l_3 os lados do quadrado, do triângulo eqüilátero e do hexágono, respectivamente. Foi fornecida a relação $\frac{l_1}{l_2} = \frac{\sqrt[4]{3}}{2}$, de onde se tem: $l_2 = l_1.\frac{2.\sqrt[4]{27}}{3}$

A área do triângulo eqüilátero, dada por $A_2 = l_2^2.\frac{\sqrt{3}}{4}$, fornece $A_2 = l_1^2$.

A relação $\frac{l_2}{l_3} = \sqrt{6}$ resulta em: $l_3 = l_1.\frac{2.\sqrt[4]{27}}{3.\sqrt{6}}$. Desta forma, a área do hexágono, que é dada por $A_3 = 6.l_3^2.\frac{\sqrt{3}}{4}$, fornece: $A_3 = l_1^2$. Todas estas áreas são equivalentes á área do quadrado, que vale $A_1 = l_1^2$

Gabarito: c

2) a

3) a

4)

O triângulo FBG é semelhante ao triângulo ABD. A razão entre suas áreas é dada por:

$$\frac{A_{\Delta FBG}}{A_{\Delta ABD}} = \left(\frac{FB}{AB}\right)^2 = \left(\frac{1}{3}\right)^2$$

A área do triângulo ABD é igual à metade da área do paralelogramo ABCD, assim tem-se finalmente que a razão entre a área do triângulo FBG dividida pela área do paralelogramo ABCD é igual a $\frac{1}{2}.\left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{2}.\frac{1}{3}.\frac{1}{3}$

Gab.: a

5)

Os quadrados menores têm lado igual a 3 *cm*. Assim, fica:

$A_4 = 3^2 = 9\,cm^2$

$A_1 = A_2 = A_3 = A_5 = \frac{\pi.3^2}{4} = \frac{9\pi}{4}cm^2 \left(\text{quartos de círculo}\right)$

$A_6 = \frac{3.3}{2} = 4,5\,cm^2$

$A_7 = 3^2 = 9\,cm^2$

$A_8 = \frac{(6+3).3}{2} = 13,5\,cm^2$

Gab.: a

6) c

7)

Fazendo AE = x, AB = 5.x e BC = 10.x, fica: área total (100%) = AB.BC = (5x).(10x) = $50.x^2$

100% = $50.x^2 \Rightarrow x^2 = 2\%$

100% - 94% = 6%

6% = $3x^2$

Conclui-se que o limite para a construção da casa seria triplicar a área do quadrado AE, definido por Antônio.

Gab.: c

8)

$$\begin{cases} 1cm^2............0,01W \\ Acm^2.......50400W \end{cases} \Rightarrow A = 504.10^4$$

De acordo com a figura, pode-se concluir que, para cada $9x\,cm^2$ de área do painel, há $7x\,cm^2$ ocupados pelas células e $2x\,cm^2$ não ocupados. Desta forma, pode-se dizer que, para cada $7x\,cm^2$ de célula, há $2x\,cm^2$ de área não ocupada. Assim, fica:

$$\begin{cases} 7x..........................2x \\ 504.10^4...................S \end{cases} \Rightarrow S = 144.10^4\ cm^2 = 144\,m^2$$

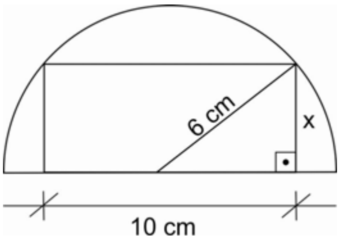
Gab.: a

9)

Seja a a área da figura A. A única peça do Tangram que não entrou na figura B é o paralelogramo (não retângulo), cuja área é igual a $\frac{2}{16}=\frac{1}{8}$ da figura A. Portanto, a razão da área da figura A para a área da figura B é igual a $\frac{a}{\left(a-\frac{a}{8}\right)}=\frac{a}{\left(\frac{7a}{8}\right)}=\frac{8}{7}$

10)

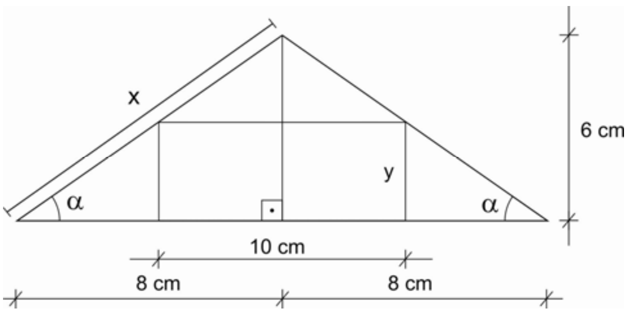
a)



$$6^2=5^2+x^2 \Rightarrow x=\sqrt{11}>2,5\,cm$$

∴ Não pode ser utilizado.

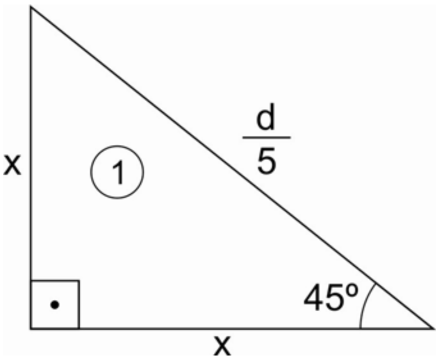
b)



$$x^2=6^2+8^2 \Rightarrow x=10\,cm$$
$$\frac{6}{8}=\frac{y}{3} \Rightarrow y=2,25\,cm<2,5\,cm$$

∴ Pode ser utilizado.

11)



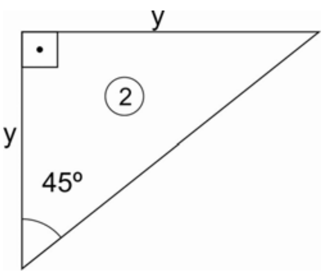
Para o **triângulo 1**, tem-se:

$$sen\,45^0 = \frac{x}{\left(\frac{d}{5}\right)} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{5.x}{d} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{2}.d}{10}$$

$$d = l.\sqrt{2} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{2}.l.\sqrt{2}}{10} = \frac{l}{5}$$

$$A_1 = \frac{x^2}{2} = \frac{\left(\frac{l}{5}\right)^2}{2} = \frac{l^2}{50}$$

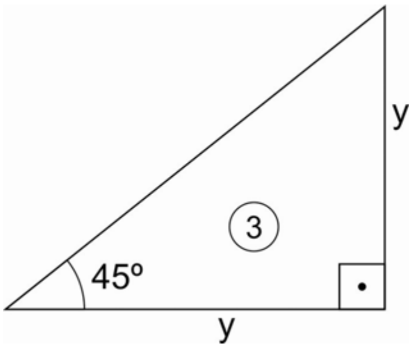
Agora, para o **triângulo 2**:



$$\frac{l}{2} + y + x = l \Rightarrow y = \frac{l}{2} - x = \frac{l}{2} - \frac{l}{5} = \frac{3.l}{10}$$

$$A_2 = \frac{y^2}{2} = \frac{\left(\frac{3.l}{10}\right)^2}{2} = \frac{9.l^2}{200}$$

O **triângulo 3** tem área igual ao **triângulo 2**.



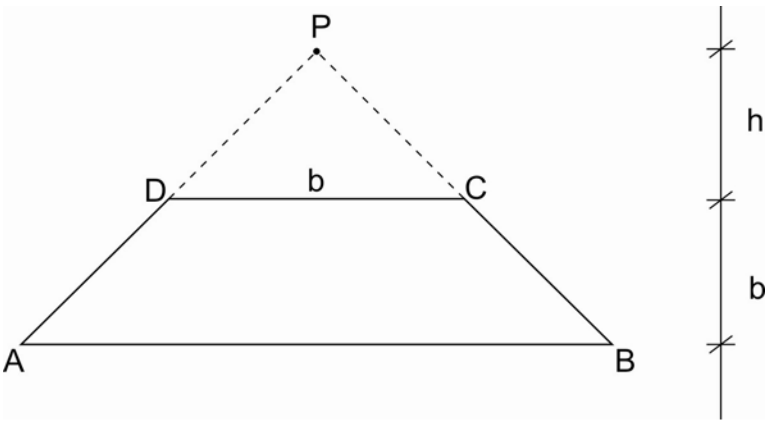
$$A_3 = \frac{9.l^2}{200}$$

Cálculo da área da seta:

$$A_{seta} = l^2 - (A_1 + A_2 + A_3) = l^2 - \left(\frac{l^2}{50} + \frac{9.l^2}{200} + \frac{9.l^2}{200}\right)$$

$$A_{seta} = \frac{89.l^2}{100}$$

12)



Da semelhança de triângulos (ΔABP e ΔCDP):

$$\frac{b}{h} = \frac{2}{3} \Rightarrow b = \frac{2h}{3}$$

$$\frac{h}{h+b} = \frac{CD}{AB} \Rightarrow \frac{h}{\left(h + \frac{2h}{3}\right)} = \frac{CD}{AB}$$

$$\frac{h}{\left(\frac{5h}{3}\right)} = \frac{CD}{AB} \Rightarrow CD = \frac{3}{5} AB$$

Cálculo da razão entre as áreas:

$$\frac{A_{\Delta ABP}}{A_{ABCD}} = \frac{\left[\dfrac{AB.(h+b)}{2}\right]}{\left[\dfrac{(AB+CD).b}{2}\right]} = \frac{\left[\dfrac{AB.\left(h+\dfrac{2h}{3}\right)}{2}\right]}{\left[\dfrac{\left(AB+\dfrac{3AB}{5}\right).\left(\dfrac{2h}{3}\right)}{2}\right]} =$$

$$= \frac{\left[\dfrac{AB.\left(\dfrac{5h}{3}\right)}{2}\right]}{\left[\dfrac{\left(\dfrac{8AB}{5}\right).\left(\dfrac{2h}{3}\right)}{2}\right]} = \frac{25}{16}$$

13)

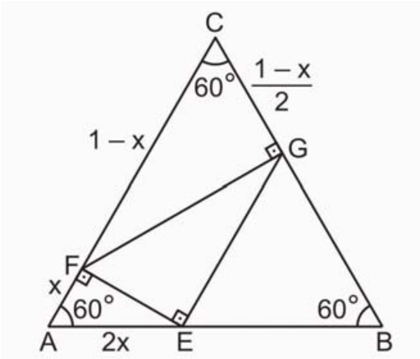
a) No triângulo ABC eqüilátero, tem-se: $m(B\hat{A}C) = m(E\hat{A}F) = 60^0$. Já no triângulo retângulo AFE, tem-se:

$$tg(F\hat{A}E) = \frac{FE}{AF} \Rightarrow tg\,60^0 = \frac{FE}{AF}$$

$$\sqrt{3} = \frac{FE}{x} \Rightarrow FE = \sqrt{3}.x$$

Assim, a área do triângulo AFE é: $\frac{1}{2}.AF.FE = \frac{1}{2}.x.\sqrt{3}x = \frac{\sqrt{3}}{2}x^2$

b)



FÊG é reto se, e somente se, o segmento EG for perpendicular ao EF. Como EF é perpendicular a AC, então EG é paralelo a AC, ou seja, o triângulo EGB é eqüilátero. Desse modo, EB=GB e, sendo AB=CB, fica: AE=CG.

No triângulo retângulo AFE, tem-se:

$$\cos F\hat{A}E = \frac{AF}{AE} \Rightarrow \cos 60^0 = \frac{x}{AE}$$
$$\frac{1}{2} = \frac{x}{AE} \Rightarrow AE = 2x$$

No triângulo retângulo CGF, tem-se: $\cos F\hat{C}G = \frac{CG}{CF}$. Assim:

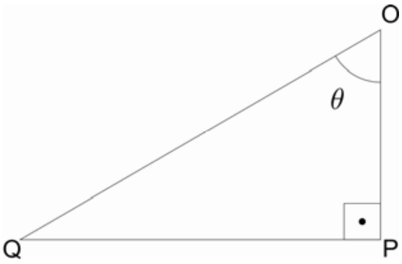
$$CF + AF = 1 \Rightarrow CF = 1 - x$$

$$\cos 60^0 = \frac{CG}{1-x} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{CG}{1-x} \Rightarrow CG = \frac{1-x}{2}$$

Então:

$$m(F\hat{E}G) = 90^0 \Rightarrow CG = AE$$
$$2x = \frac{1-x}{2} \Rightarrow x = \frac{1}{5}$$

14)



Seja OP=R (raio). Tem-se:

$$tg\,\theta = \frac{QP}{OP} = \frac{QP}{R} \Rightarrow QP = R.tg\,\theta$$

$$A_{\Delta OPQ} = \frac{QP.PO}{2} = \frac{(R.tg\,\theta).R}{2} = \frac{R^2 tg\,\theta}{2}$$

$$A_{setor} = \frac{\theta.R^2}{2}$$

A razão entre as áreas é dada por:

$$\frac{A_{setor}}{A_{\Delta}} = \frac{\left(\frac{\theta.R^2}{2}\right)}{\left(\frac{R^2.tg\,\theta}{2}\right)} = \frac{\left(\frac{\theta.R^2}{2}\right)}{\left(\frac{R^2.2\theta}{2}\right)} = \frac{1}{2}$$

15)

$$A_1 = \frac{4.3}{2}.sen\,\hat{B} = 6.sen\,\hat{B}$$

$$A_2 = \frac{4.3}{2}.sen\left(\hat{B} - 60^0\right) = 6.sen\left(\hat{B} - 60^0\right)$$

$$A_1 - A_2 = 3.\sqrt{2} \Rightarrow 6.sen\,\hat{B} - 6.sen\left(\hat{B} - 60^0\right) = 3\sqrt{2}$$

$$6.\left(sen\,\hat{B} - sen\left(\hat{B} - 60^0\right)\right) = 3\sqrt{2} \Rightarrow \left(sen\,\hat{B} - sen\left(\hat{B} - 60^0\right)\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Lembrando que $sen\,x - sen\,y = 2.\cos\left(\frac{x+y}{2}\right).sen\left(\frac{x-y}{2}\right)$, tem-se:

$$2.\cos\left(\frac{2\hat{B}-60^0}{2}\right).sen\left(\frac{60^0}{2}\right)=2.\cos\left(\hat{B}-30^0\right).sen\,30^0=$$

$$=2.\cos\left(\hat{B}-30^0\right).\frac{1}{2}=\cos\left(\hat{B}-30^0\right)$$

$$\cos\left(\hat{B}-30^0\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}\Rightarrow \hat{B}-30^0=45^0\Rightarrow \hat{B}=75^0$$