

# Matemática

## QUESTÃO 04

Sejam  $A(x)$  e  $B(x)$  polinômios com coeficientes reais tais que

- $A(x) = x^3 + 2x^2 + a_2x + a_3$  é divisível por  $x^2 + x + 1$ ;
- $B(x) = x^5 + b_1x^4 + b_2x^3 + b_3x^2 + b_4x + b_5$  tem uma raiz em comum com  $A(x)$ ;
- $B(i) = 0$ ;
- $B(1 + i) = 0$ ,

calcule  $A(0) + B(1)$ .

### Resolução:

- Dividindo-se o polinômio  $A(x)$  por  $x^2 + x + 1$ , através do método da chave, obtém-se

quociente igual a  $x + 1$  e resto igual a  $(a_2 - 2)x + (a_3 - 1)$

Uma vez que  $A(x)$  é divisível por  $x^2 + x + 1$ , o resto é zero e pode-se escrever  $A(x) = (x^2 + x + 1)(x + 1)$ , cujas raízes são

$$-1 \text{ e } \frac{-1 \pm i\sqrt{3}}{2}$$

- $B(x)$  é tal que  $B(i) = 0$  e  $B(1 + i) = 0$  o que equivale a afirmar que  $i$  e  $1 + i$  são raízes de  $B(x)$  e portanto os conjugados  $-i$  e  $1 - i$  também são raízes, uma vez que  $B(x)$  tem coeficientes reais.

Sejam  $B(x)$  um polinômio de grau 5 a raiz em comum que  $B(x)$  tem com  $A(x)$  é  $x = -1$ , pois as outras raízes de  $x^2 + x + 1$  não são números reais.

Logo,  $B(x) = (x - i)(x + i)(x - 1 - i)(x - 1 + i)(x + 1) = (x^2 + 1)(x^2 - 2x + 2)(x + 1)$

Conclui-se, então que  $A(0) = 1$ ,  $B(1) = 2 \cdot 1 \cdot 2 = 4$  e portanto

$$\mathbf{A(0) + B(1) = 5.}$$