

PRIMEIRA QUESTÃO

Cada vez mais pessoas preocupam-se com seu bem-estar e sua aparência. O Brasil é um dos destinos preferidos no contexto do chamado “turismo para cirurgias cosméticas”. O custo de cirurgias plásticas no Brasil é baixo, comparado a outros países, e os serviços oferecidos são de qualidade. Influenciada por propagandas destacando tais características, uma senhora americana resolveu pesquisar alguns custos antes de se decidir pelo local onde realizar uma cirurgia que há muito tempo desejava fazer. Ela avaliou que, para realizar uma específica cirurgia nos Estados Unidos, seu gasto (em reais) seria o dobro do gasto que teria se fosse realizar a mesma cirurgia no Brasil. Por sua vez, o custo no Brasil é 40% menor do que o custo para realizar a cirurgia em Portugal. Sabe-se que, se fossem somados os gastos que ela teria com a realização da cirurgia em cada um destes países, o total gasto seria de R\$ 49000,00.

De acordo com essas informações, explicita e execute um plano de resolução que conduza à determinação de quanto seria gasto, para a realização da cirurgia, em cada um dos países mencionados.

RESOLUÇÃO:

Custo da cirurgia em Portugal = x reais

Custo da cirurgia no Brasil = $0,6x$ reais

Custo da cirurgia nos EUA = $2,0,6x = 1,2x$ reais

$$x + 0,6x + 1,2x = R\$ 49.000,00$$

$$2,8 = 4900 \rightarrow x = \frac{49000}{2,8} = 17500 \text{ reais}$$

Gasto para a realização da cirurgia em Portugal = R\$ 17.500,00

Gasto para a realização da cirurgia no Brasil = R\$ 10.500,00

Gasto para a realização da cirurgia nos EUA = R\$ 21.000,00

SEGUNDA QUESTÃO

É importante constatar que, à medida que o modelo econômico brasileiro se estabiliza, novos direcionamentos e possibilidades se abrem para as pessoas da terceira idade. Um exemplo interessante desenvolvido no estado de São Paulo é o projeto "Promoção de Saúde para Idosos", cujo objetivo central é oferecer atividade física e recreativa para a população idosa. Inúmeros são os benefícios que tais atividades trazem à qualidade de vida dos praticantes. Além de atividades desenvolvidas em quadras poliesportivas e piscinas, existem atividades realizadas em salões de clubes, tais como danças e apresentações teatrais. Suponha que o palco de um destes salões tenha o formato retangular e possua diferença entre comprimento e largura igual a 4 metros. Devido à grande utilização, o local foi ampliado em 3 metros, tanto em comprimento como em largura.

Sabendo que, após a reforma, o palco teve a sua área aumentada em 69 m^2 , extraia do texto dado uma relação de forma a obter o valor do perímetro do palco antes de a ampliação ter ocorrido.

RESOLUÇÃO:

I) Antes da ampliação

* Palco no formato retangular



Largura = l

Comprimento = c

$$* c - l = 4 \text{ metros} \rightarrow c = (l + 4) \text{ m} \quad [1]$$

$$* \text{área do palco} = c \cdot l \text{ m}^2$$

Medida do comprimento = c metros

Medida da largura = l metros

$$\text{Perímetro do palco} = 2(c + l)$$

II) Após a ampliação

Medida do comprimento = $(c + 3)$ metros

Medida da largura = $(l + 3)$ metros

$$\text{Área do palco} = (c + 3) \cdot (l + 3) \text{ m}^2$$

* Esta nova área do palco é 69 m^2 maior que a anterior

$$(c + 3) \cdot (l + 3) = c \cdot l + 69$$

$$c \cdot l + 3c + 3l + 9 = c \cdot l + 69$$

$$3(c + l) = 60 \quad [2]$$

$$3(l + 4 + l) = 60$$

Substituindo (1) em (2), temos: $2l + 4 = 20$

$$2l = 16 \rightarrow l = 8 \text{ m} \quad [3]$$

Substituindo (3) em (1), temos:

$$c = 8 + 4 = 12 \text{ m}$$

Perímetro do palco, antes da ampliação:

$$2p = 2 \cdot (12 + 8) = 2 \cdot 20 = 40 \text{ m}$$

Resposta: 40 metros

TERCEIRA QUESTÃO

Devido ao grande número de acidentes que acontecem em uma das principais rodovias do Brasil, a concessionária que administra tal rodovia estuda a possibilidade de adquirir certo número de cotas anuais de serviço de atendimento médico de urgência, utilizando helicópteros, para socorrer os casos mais graves. A concessionária apresentou, para a companhia gestora do serviço médico, uma proposta de compra das cotas de forma que o preço pago a cada cota varie linearmente de acordo com a quantidade comprada, sendo que a compra fica delimitada em 700 cotas anuais, que é a capacidade operacional da companhia gestora. Sabe-se que, se cada cota fosse vendida por A reais, a concessionária compraria 240 cotas, além disso, se a companhia desse um desconto de 30% no preço de cada cota, vendendo por B reais cada uma, a concessionária compraria 540 cotas e que os valores numéricos A, B e 240 formam, nessa ordem, uma progressão aritmética, cuja soma é 1260.

De acordo com as informações acima, interprete e analise o texto dado, construindo modelos matemáticos representativos, resolvendo-os, de maneira a obter o preço que cada cota deve ser vendida para que a companhia gestora obtenha um rendimento bruto máximo na comercialização das cotas.

Sugestão: Se x é a quantidade de cotas a ser vendida pela companhia, sendo p(x) o preço de cada cota, então o produto x.p(x) representa o rendimento bruto da companhia gestora.

RESOLUÇÃO:

Seja P(x) o preço de cada cota, onde x é a quantidade de cotas. Como P(x) varia linearmente em função de x, então $P(x) = mx + n$.

Pelas informações do enunciado da questão,

Se uma cota custa A reais compra-se 240 cotas

Se uma cota custa B reais (0,7. A) compra-se 540 cotas e além disso: A, B e 240 formam uma P. A. cuja soma é 1260.

$$\text{Logo } A + B + 240 = 1260 \rightarrow A + 0,7A + 240 = 1260$$

$$1,7A = 1020 \rightarrow \boxed{A = 600} \therefore \boxed{B = 0,7A = 420}$$

Portanto, P(x) = 600 para x = 240 e P(x) = 420 para x = 540

$$\text{ou seja } \begin{cases} 240m+n=600 \\ 540m+n=420 \end{cases}$$

Isto nos dá: $m = -\frac{3}{5}$ e $n = 744$ logo o preço de cada cota é dado em função da quantidade x de cotas por:

$$P(x) = -\frac{3}{5}x + 744$$

O rendimento bruto $R(x)$ da companhia gestora é representado por $x.P(x)$, ou seja

$$x.P(x) = -\frac{3}{5}x^2 + 744x$$

$$R(x) = -\frac{3}{5}x^2 + 744x$$

Na equação anterior:

x_v Representa o nº de cotas para que o rendimento bruto seja máximo.

$y_v \rightarrow$ Representa o rendimento bruto máximo

$$x_v = -\frac{b}{2a} = -\frac{744}{2 \cdot \left(-\frac{3}{5}\right)} = 620$$

$$y_v = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{\left[(744)^2 - 4 \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) \cdot (0)\right]}{4 \cdot \left(-\frac{3}{5}\right)} = 230640$$

$\frac{y_v}{x_v} \rightarrow$ Representa o preço que cada cota deve ser vendida para que o rendimento bruto seja máximo.

$$\frac{y_v}{x_v} = \frac{230640}{620} = 372 \text{ reais}$$

QUARTA QUESTÃO

A capacidade do corpo para metabolizar os medicamentos está intimamente relacionada com a exposição à luz solar e, portanto, pode variar até mesmo com as estações climáticas. Suponha que a função polinomial $q(t)$, de variável real t (em minutos), definida por $q(t) = t^3 - 5t^2 + 8t - 3$, represente um modelo matemático que descreva, aproximadamente, a absorção, por um limitado período de tempo, de um determinado medicamento administrado a um doente, por via intravenosa, depois de transcorrido um tempo da aplicação.

Descreva expressões matemáticas que conduzam aos valores de a , b e c , determinando-os, de forma que tornem iguais os polinômios $q(t)$ e $h(t) = (t+a)^3 + (t+b)^2 + c^3$.

RESOLUÇÃO:

$$g(t) = t^3 - 5t^2 + 8t - 3$$

$$\begin{aligned} h(t) &= (t+a)^3 + (t+b)^2 + c^3 = t^3 + 3t^2a + 3ta^2 + a^3 + t^2 + 2tb + b^2 + c^3 \\ &= t^3 + 3at^2 + 3a^2t + a^3 + t^2 + 2bt + b^2 + c^3 \\ &= t^3 + (3a+1)t^2 + (3a^2+2b)t + a^3 + b^2 + c^3 \end{aligned}$$

$$g(t) = h(t)$$

$$t^3 - 5t^2 + 8t - 3 = t^3 + (3a+1)t^2 + (3a^2+2b)t + a^3 + b^2 + c^3$$

$$3a+1 = -5$$

$$3a = -6$$

$$a = -2$$

$$3 \cdot (-2)^2 + 2b = 8$$

$$12 + 2b = 8$$

$$2b = -4$$

$$b = -2$$

$$(-2)^3 + (-2)^2 + c^3 = -3$$

$$-8 + 4 + c^3 = -3$$

$$c^3 = 1$$

$$c = 1$$

Resposta:

$$a = -2$$

$$b = -2$$

$$c = 1$$